電気数学 III

Laplace 変換　Fourier 解析

Fourier 解析

電気数学 III

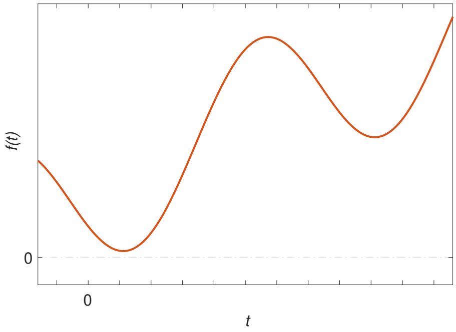
* Fourier 級数
* Fourier 変換
* 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
* 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
* 離散 Fourier 変換

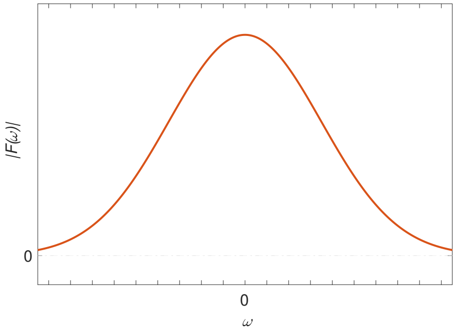
01/30 期末試験

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

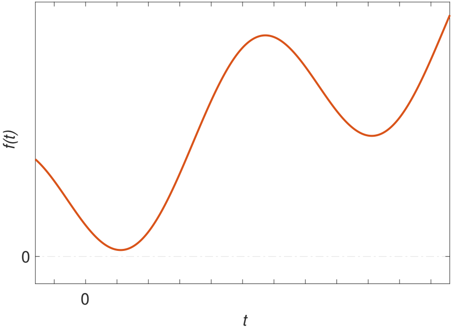
Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



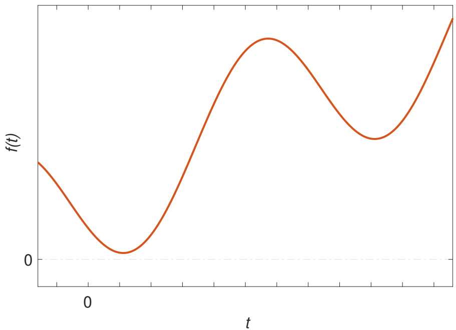


離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

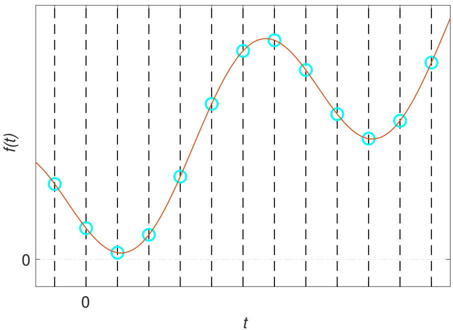


a 信号 $f(t)$

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



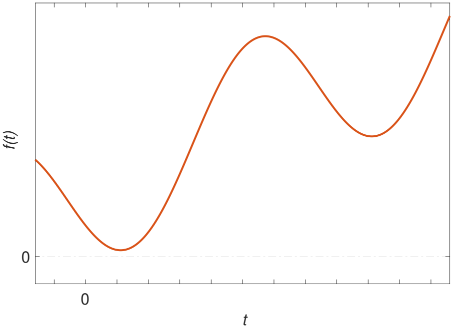
a 信号 $f(t)$



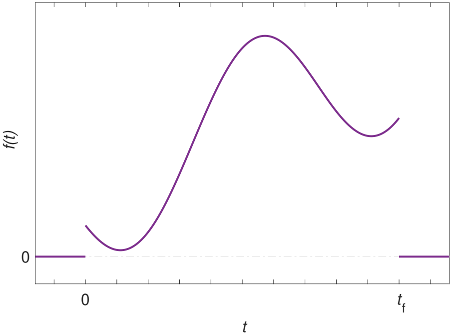
b 離散化された信号 $f(kt_s)$, $k = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

サンプリング時間 $t_s > 0$

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



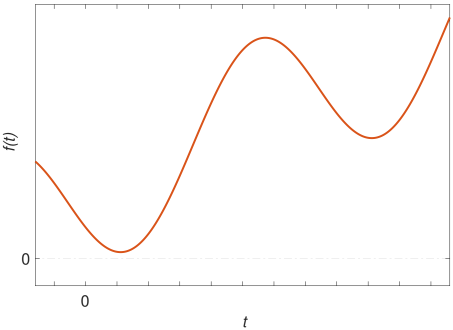
a 信号 $f(t)$



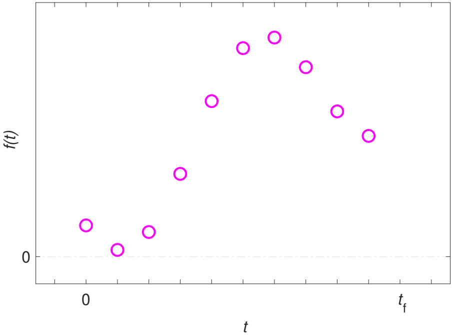
b 局所化された信号 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}} = Nt_{\mathrm{s}}$

サンプリング時間 $t_{\mathrm{s}} > 0$　　データ数 N

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



a 信号 $f(t)$



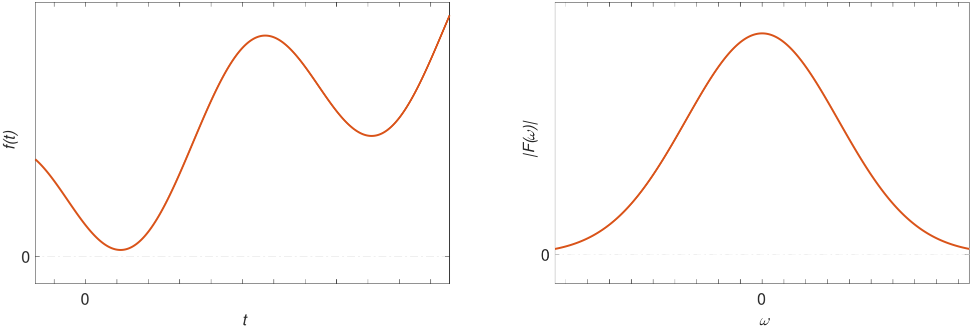
b 離散化, 局所化された信号 $f(kt_{\mathrm{s}})$, $k = 0,\ 1,\ \ldots,\ N-1$

サンプリング時間 $t_{\mathrm{s}} > 0$　　データ数 N

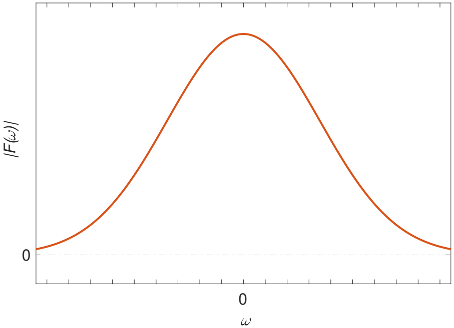
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

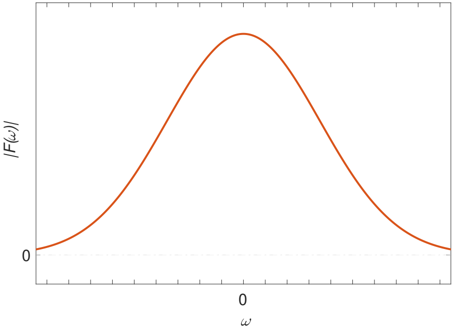


離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

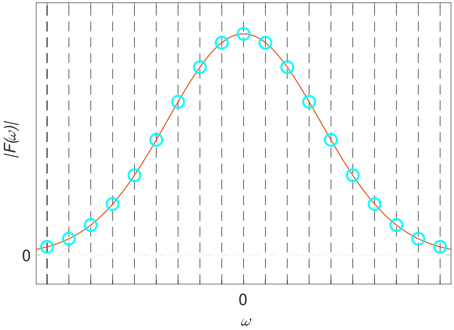


a Fourier 変換 $F(\omega)$

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



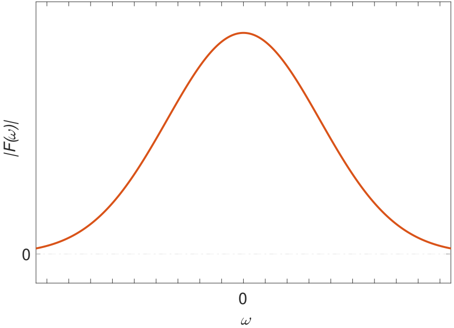
a Fourier 変換 $F(\omega)$



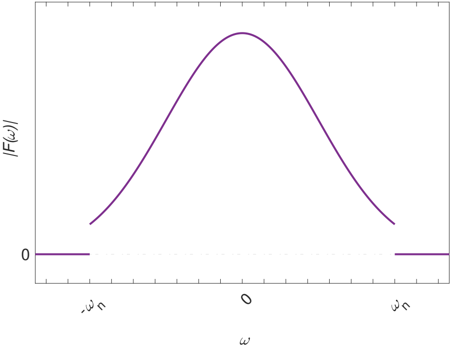
b 離散化された Fourier 変換 $F(n\omega_{\mathrm{s}})$, $n = \ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots$

サンプリング間隔 $\omega_{\mathrm{s}} > 0$

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



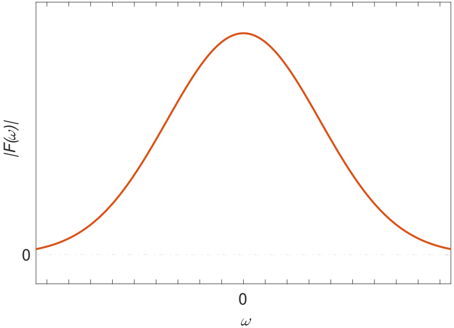
a Fourier 変換 $F(\omega)$



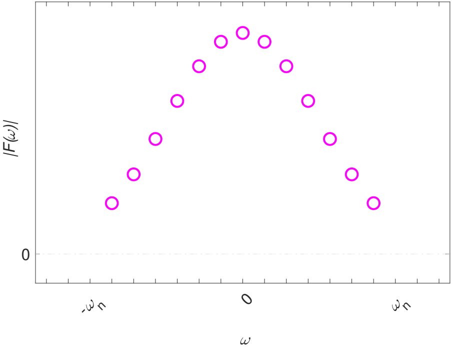
b 局所化された Fourier 変換 $F(\omega) = 0,\ w \geq |\omega_{\mathrm{n}}|$

サンプリング間隔 $\omega_{\mathrm{s}} > 0$ Nyquist 周波数 ω_{n}

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



a Fourier 変換 $F(\omega)$



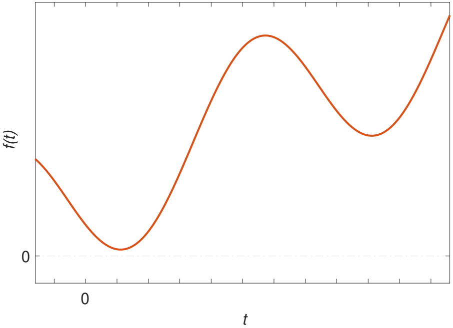
b 離散化, 局所化された Fourier 変換 $F(n\omega_{\mathrm{s}})$, $n = 0,\ 1,\ \ldots,\ N-1$

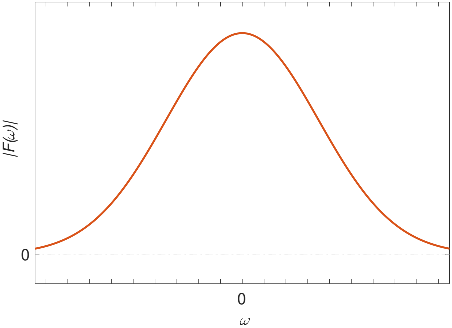
サンプリング間隔 $\omega_{\mathrm{s}} > 0$　Nyquist 周波数 ω_{n}　データ数 N　$\omega_{\mathrm{s}} = \dfrac{2\omega_{\mathrm{n}}}{N}$

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

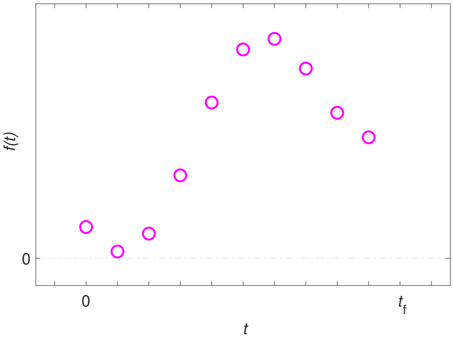




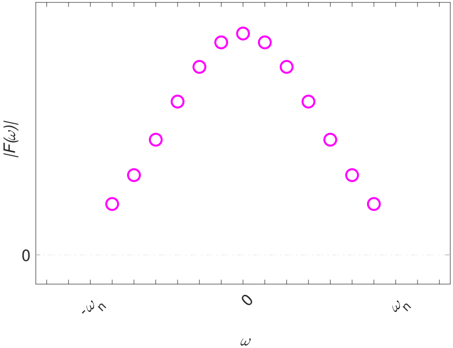
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\rho)e^{j\rho t}d\rho$$



a 離散化，局所化された信号 $f(kt_s)$, $k = 0, 1, \ldots, N-1$



b 離散化，局所化された Fourier 変換 $F(n\omega_s)$, $n = 0, 1, \ldots, N-1$

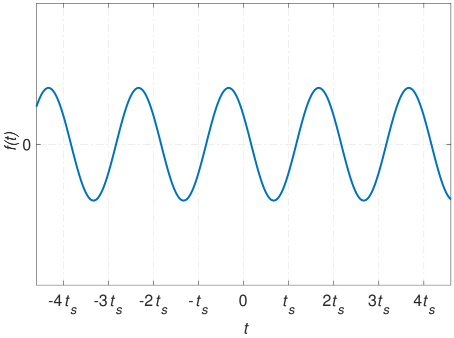
Fourier 解析
電気数学 III

* Fourier 級数
* Fourier 変換
* 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
* 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
* 離散 Fourier 変換

01/30 期末試験

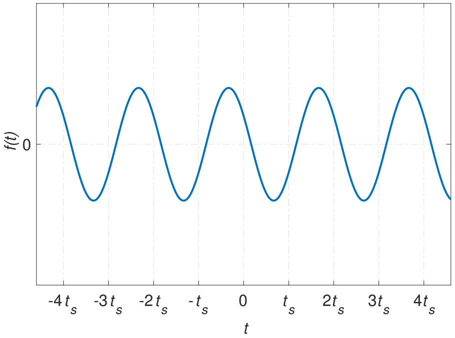
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

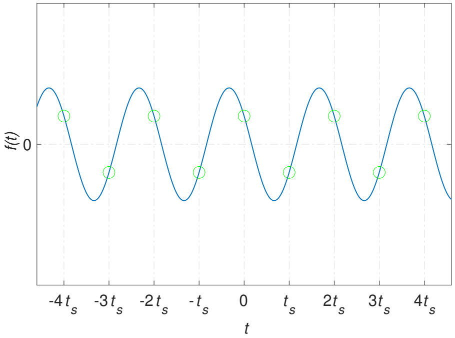
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？



離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

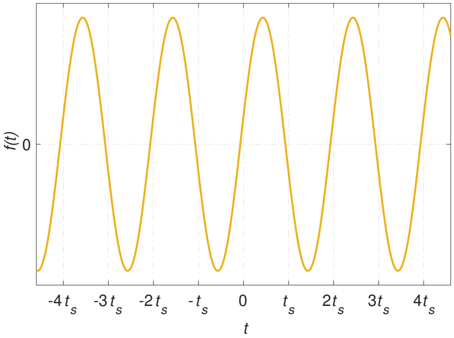
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？





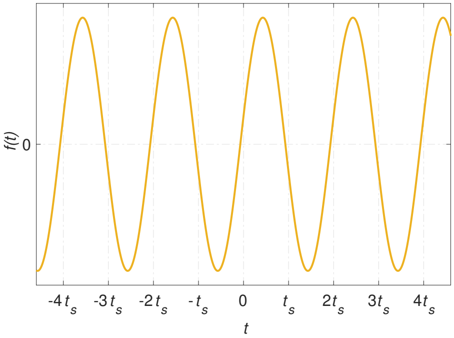
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

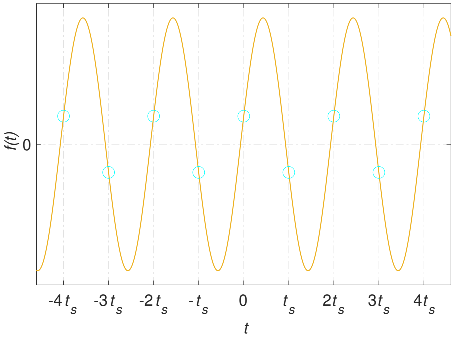
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？



離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

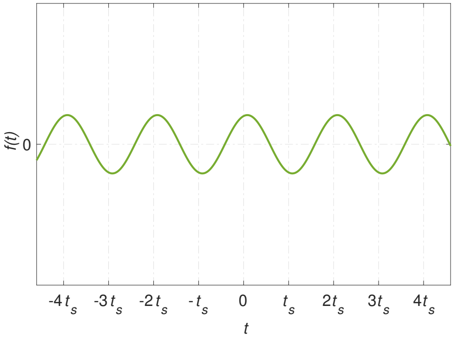
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？





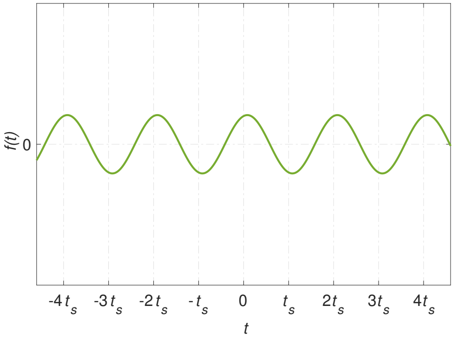
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

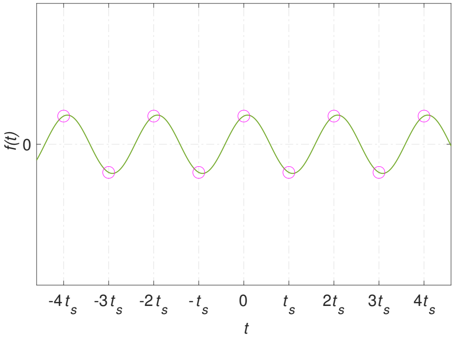
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？



離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

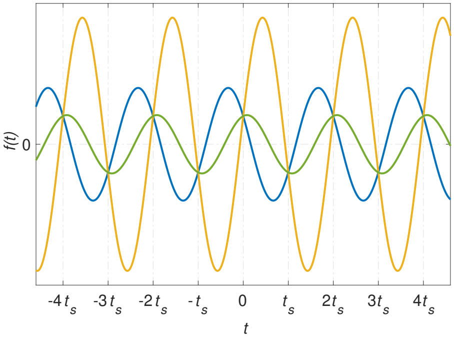
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？





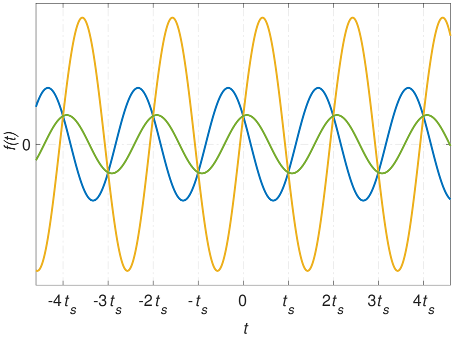
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

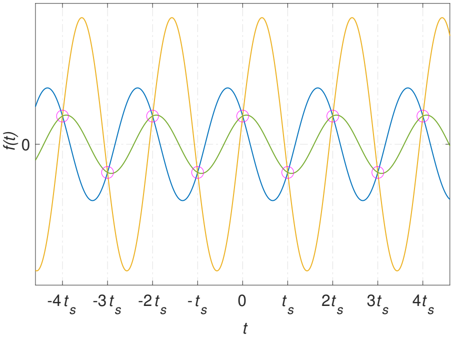
(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？



離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？





Fourier 解析

電気数学 III

- * Fourier 級数
- * Fourier 変換
- * 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
- * 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
- * 離散 Fourier 変換

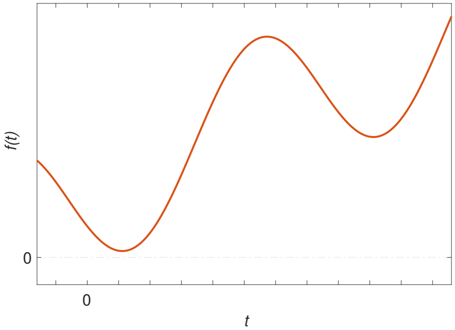
01/30 期末試験

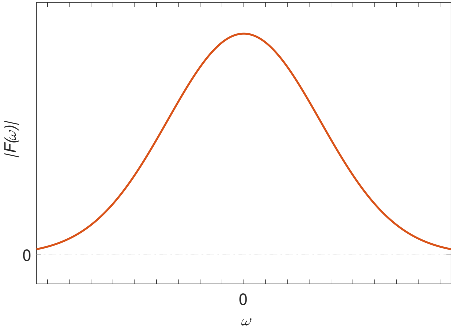
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



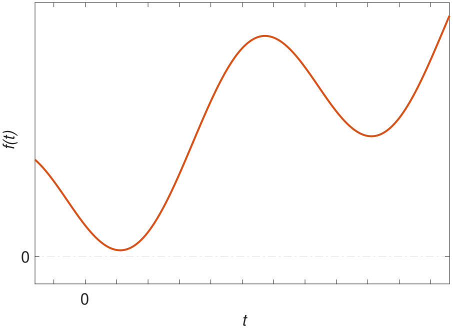


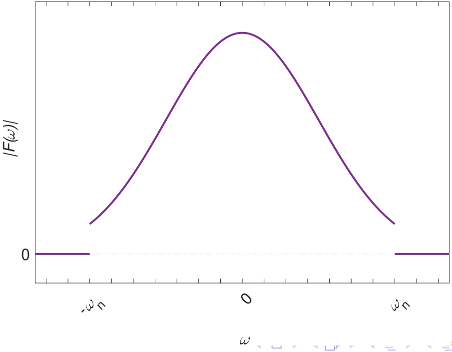
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$





周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

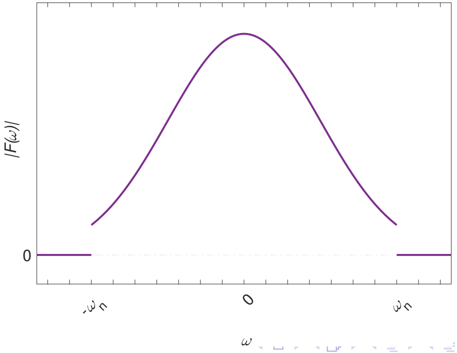
Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 (周波数領域での局所性) の仮定:

$$F(\omega) = 0 \qquad |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$$

Nyquist 周波数 ω_{n}



周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

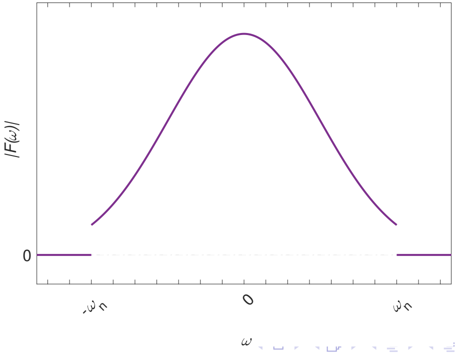
$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(\rho)e^{j\rho t}d\rho$$

帯域制限 (周波数領域での局所性) の仮定:

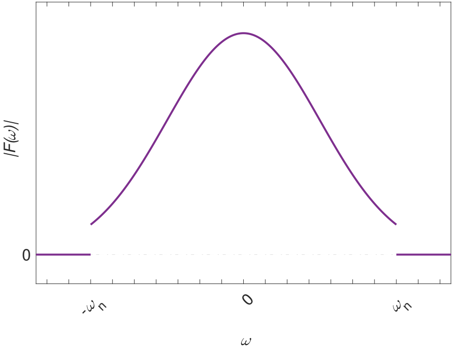
$$F(\omega) = 0 \qquad |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$$

Nyquist 周波数 ω_{n}

サンプリング時間 t_{s}: $\quad \omega_{\mathrm{n}} = \dfrac{\pi}{t_{\mathrm{s}}}$



(ちょっと余談) 離散化 (サンプリング, 標本化) は簡単？

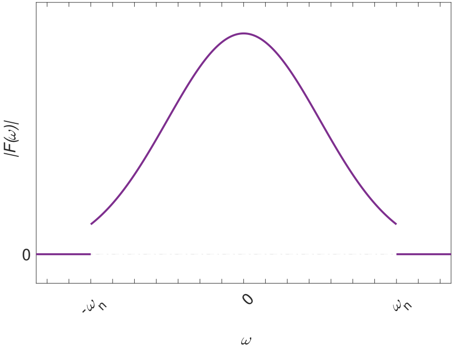


サンプリング時間 $t_\mathrm{s} = \dfrac{\pi}{\omega_\mathrm{n}}$: $\quad \omega_\mathrm{n} = \dfrac{\pi}{t_\mathrm{s}}$ 大 $\implies$ t_s 小

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

帯域制限 (周波数領域での局所性) の仮定: $F(\omega) = 0, \ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$



周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の Fourier 級数展開:

$$
\begin{aligned}
F(\omega) = \frac{1}{2}e_0 &+ e_1 \cos \pi \frac{1}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega + f_1 \sin \pi \frac{1}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega \\
&+ e_2 \cos \pi \frac{2}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega + f_2 \sin \pi \frac{2}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega \\
&+ e_3 \cos \pi \frac{3}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega + f_3 \sin \pi \frac{3}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega \\
&+ \cdots \\
&+ e_n \cos \pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega + f_n \sin \pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega \\
&+ \cdots
\end{aligned}
$$

$$
F(\omega) = \frac{1}{2}e_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(e_n \cos \pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega + f_n \sin \pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega \right)
$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega} \qquad d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\rho} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega} \qquad d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\rho} d\rho$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega} \qquad d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\rho} d\rho$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限の仮定 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ より:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}} \omega} \qquad d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}} \rho} d\rho$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限の仮定 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ より:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}} \rho} d\rho$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{t_{\mathrm{s}}} \frac{1}{2} \frac{t_{\mathrm{s}}}{\pi} = \frac{1}{t_{\mathrm{s}}} \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}}$$

$$t_{\mathrm{s}} = \frac{\pi}{\omega_{\mathrm{n}}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$d_n = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_\mathrm{n}} \rho} d\rho$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

$$t_\mathrm{s} f(t) = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2} \frac{t_\mathrm{s}}{\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}}$$

$$t_\mathrm{s} = \frac{\pi}{\omega_\mathrm{n}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$d_n = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_\mathrm{n}} \rho} d\rho \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

$$d_n = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho(-nt_\mathrm{s})} d\rho = t_\mathrm{s} f(-nt_\mathrm{s}) \qquad t_\mathrm{s} f(t) = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

Fourier 係数 d_n がサンプリング $t_\mathrm{s} f(kt_\mathrm{s})$ で与えられる

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2} \frac{t_\mathrm{s}}{\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \qquad t_\mathrm{s} = \frac{\pi}{\omega_\mathrm{n}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$d_n = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{-j\pi\frac{n}{\omega_\mathrm{n}}\rho} d\rho \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

$$d_n = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho(-nt_\mathrm{s})} d\rho = t_\mathrm{s} f(-nt_\mathrm{s}) \qquad t_\mathrm{s} f(t) = \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \int_{-\omega_\mathrm{n}}^{\omega_\mathrm{n}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

Fourier 係数 d_n がサンプリング $t_\mathrm{s} f(kt_\mathrm{s})$ で与えられる

$F(\omega) = 0$, $|\omega| \geq \omega_\mathrm{n}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi\frac{n}{\omega_\mathrm{n}}\omega}$$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2} \frac{t_\mathrm{s}}{\pi} = \frac{1}{t_\mathrm{s}} \frac{1}{2\omega_\mathrm{n}} \qquad t_\mathrm{s} = \frac{\pi}{\omega_\mathrm{n}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}}\int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho)e^{-j\pi\frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\rho}d\rho \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho)e^{j\rho t}d\rho$$

$$d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}}\int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho)e^{j\rho(-nt_{\mathrm{s}})}d\rho = t_{\mathrm{s}}f(-nt_{\mathrm{s}}) \qquad t_{\mathrm{s}}f(t) = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}}\int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho)e^{j\rho t}d\rho$$

Fourier 係数 d_n がサンプリング $t_{\mathrm{s}}f(kt_{\mathrm{s}})$ で与えられる

$F(\omega) = 0$, $|\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ の複素 Fourier 級数展開:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi\frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}}\omega} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}}f(-nt_{\mathrm{s}})e^{j\omega nt_{\mathrm{s}}} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}}f(kt_{\mathrm{s}})e^{-j\omega kt_{\mathrm{s}}}$$

$$\frac{1}{2\pi} = \frac{1}{t_{\mathrm{s}}}\frac{1}{2}\frac{t_{\mathrm{s}}}{\pi} = \frac{1}{t_{\mathrm{s}}}\frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \qquad t_{\mathrm{s}} = \frac{\pi}{\omega_{\mathrm{n}}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n e^{j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}} \omega} \qquad d_n = \frac{1}{2\omega_{\mathrm{n}}} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{-j\pi \frac{n}{\omega_{\mathrm{n}}} \rho} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(k t_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}}$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

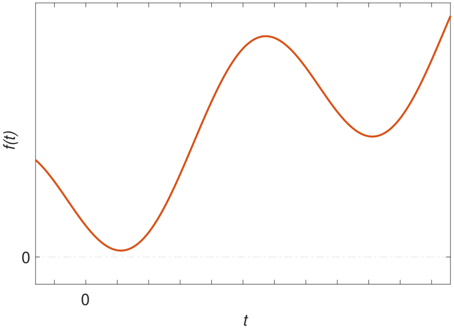
$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(kt_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

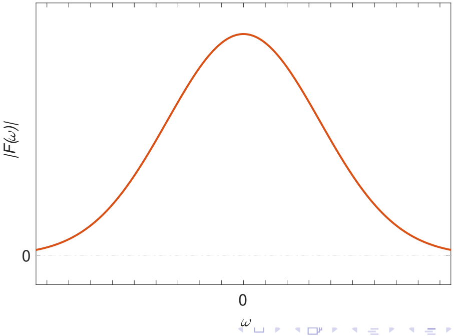
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



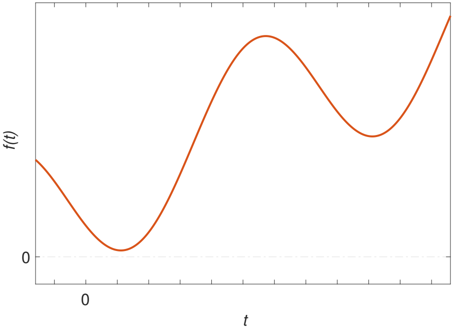


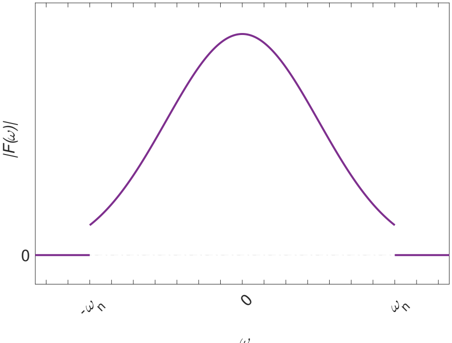
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$





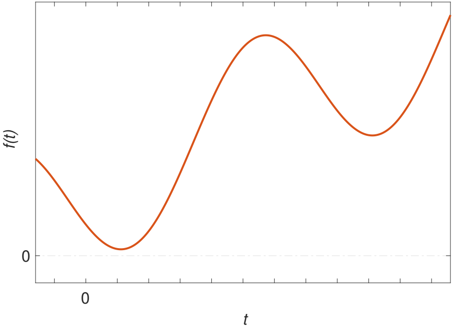
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

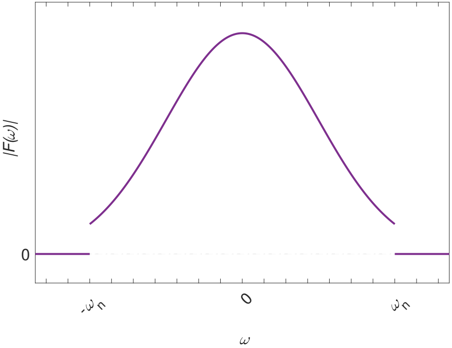
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(k t_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}}$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



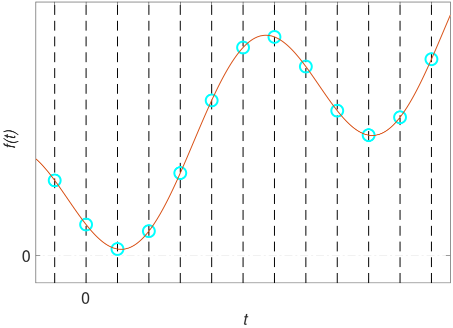


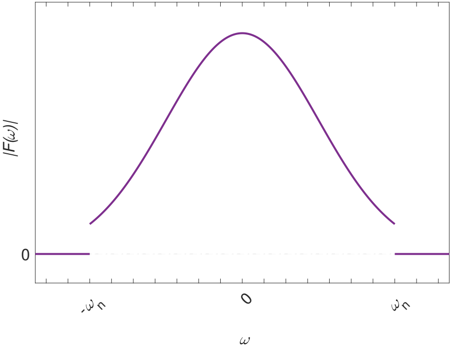
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(kt_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



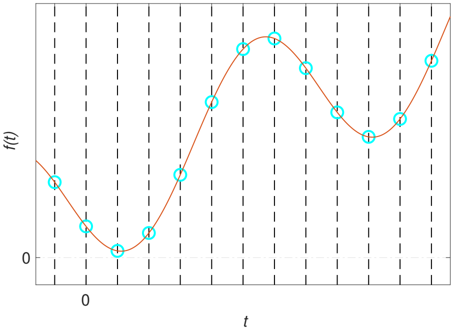


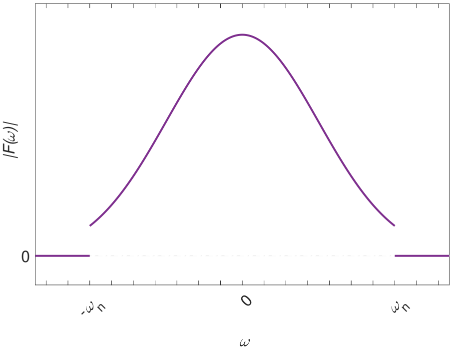
周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(kt_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(kt_{\mathrm{s}}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho k t_{\mathrm{s}}} d\rho$$





周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(k t_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

周波数領域での局所性と時間領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(kt_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

Fourier 変換 $F(\omega)$ の計算: 区分求積 (近似) で十分

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

帯域制限 $F(\omega) = 0,\ |\omega| \geq \omega_{\mathrm{n}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} t_{\mathrm{s}} f(kt_{\mathrm{s}}) e^{-j\omega k t_{\mathrm{s}}} \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\mathrm{n}}}^{\omega_{\mathrm{n}}} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

Fourier 変換 $F(\omega)$ の計算:　区分求積 (近似) で十分

(サンプリング $f(kt_{\mathrm{s}})$ の情報量) $=$ (Fourier 変換 $F(\omega)$ の情報量)

Fourier 解析

電気数学 III

* Fourier 級数
* Fourier 変換
* 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
* 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
* 離散 Fourier 変換

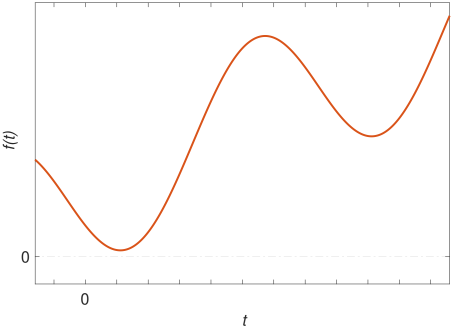
01/30 期末試験

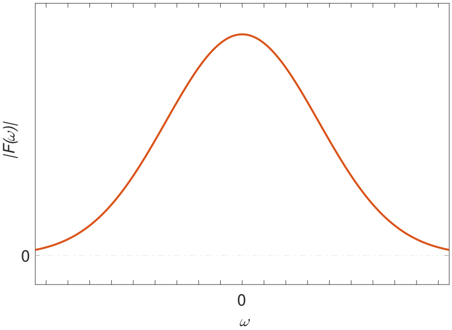
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



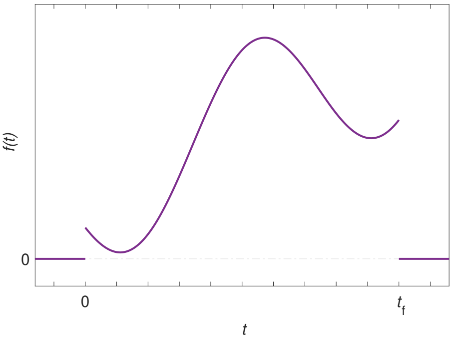


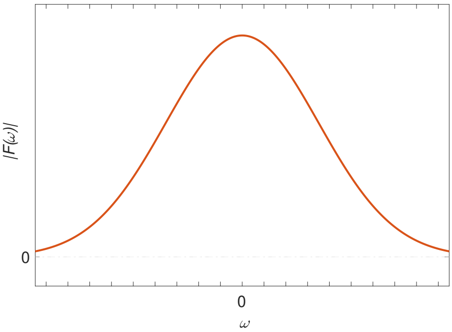
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



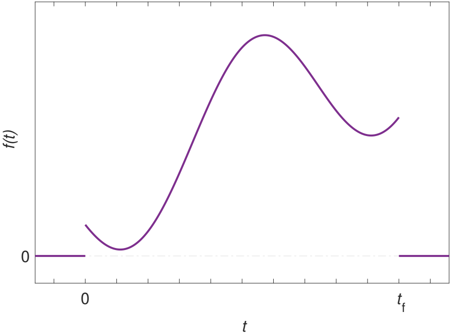


時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



時間領域での局所性の仮定:

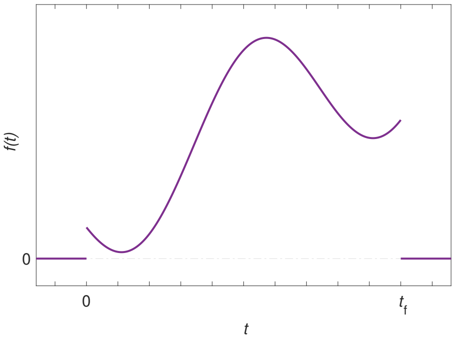
$$f(t) = 0 \qquad t < 0 \quad \text{and} \quad t \geq t_\mathrm{f} = N t_\mathrm{s}$$

サンプリング時間 t_s **データ数** N

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

時間領域での局所性の仮定: $f(t) = 0,\ t < 0$ and $t \geq t_\mathrm{f}$



関数 $f(t)$, $t \in [\,0, t_\mathrm{f}\,)$ の複素 Fourier 級数展開:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} t} \qquad c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \tau} d\tau$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

関数 $f(t)$, $t \in [\,0, t_{\mathrm{f}}\,)$ の複素 Fourier 級数展開:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} t} \qquad c_n = \frac{1}{t_{\mathrm{f}}} \int_0^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} \tau} d\tau$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

関数 $f(t)$, $t \in [\, 0, t_{\mathrm{f}}\,)$ の複素 Fourier 級数展開:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} t} \qquad c_n = \frac{1}{t_{\mathrm{f}}} \int_0^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} \tau} d\tau$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性の仮定: $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ より:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \int_0^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \tau} d\tau \qquad F(\omega) = \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} F(2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}}) = \frac{1}{2\pi} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s})$$

$$c_n \quad \leftrightarrow \quad \omega = 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \qquad \omega_\mathrm{s} = \frac{2\omega_\mathrm{n}}{N} \qquad 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} = n\omega_\mathrm{s} \qquad \frac{1}{t_\mathrm{f}} = \frac{1}{2\pi}\omega_\mathrm{s}$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \tau} d\tau \qquad F(\omega) = \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} F(2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}}) = \frac{1}{2\pi} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s})$$

関数 $f(t)$, $t \in [\,0, t_\mathrm{f}\,)$ の複素 Fourier 級数展開:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} t} \qquad c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \tau} d\tau$$

$$c_n \quad \leftrightarrow \quad \omega = 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \qquad \omega_\mathrm{s} = \frac{2\omega_\mathrm{n}}{N} \qquad 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} = n\omega_\mathrm{s} \qquad \frac{1}{t_\mathrm{f}} = \frac{1}{2\pi}\omega_\mathrm{s}$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \tau} d\tau \qquad F(\omega) = \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$$c_n = \frac{1}{t_\mathrm{f}} F(2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}}) = \frac{1}{2\pi} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s})$$

関数 $f(t)$, $t \in [\, 0, t_\mathrm{f} \,)$ **の複素** Fourier **級数展開**:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} t} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s}) e^{jn\omega_\mathrm{s} t}$$

$$c_n \quad \leftrightarrow \quad \omega = 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} \qquad \omega_\mathrm{s} = \frac{2\omega_\mathrm{n}}{N} \qquad 2\pi \frac{n}{t_\mathrm{f}} = n\omega_\mathrm{s} \qquad \frac{1}{t_\mathrm{f}} = \frac{1}{2\pi} \omega_\mathrm{s}$$

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$c_n = \frac{1}{t_{\mathrm{f}}} \int_0^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} \tau} d\tau \qquad f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j2\pi \frac{n}{t_{\mathrm{f}}} t}$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

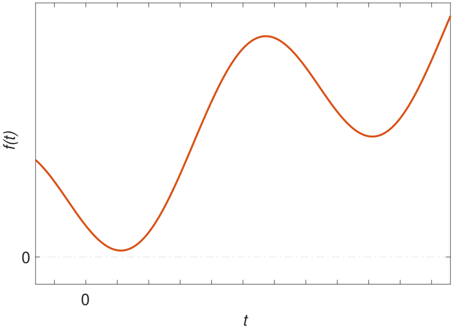
$$F(\omega) = \int_{0}^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$

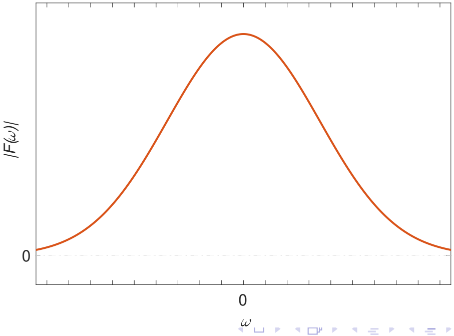
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



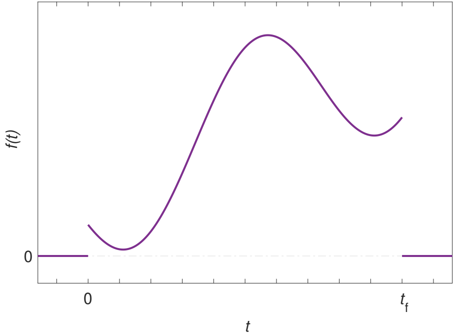


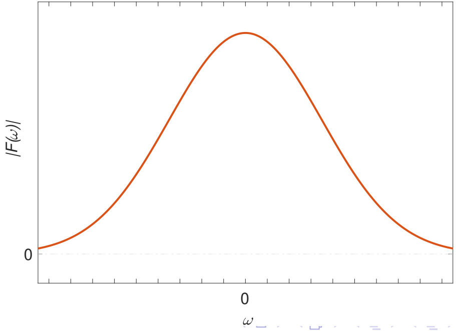
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



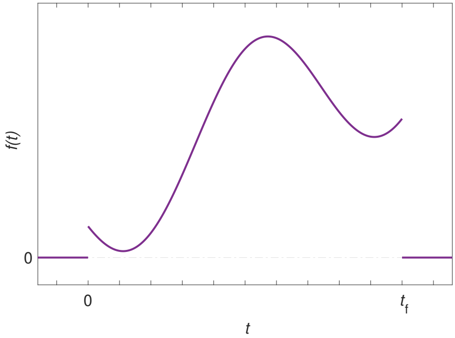


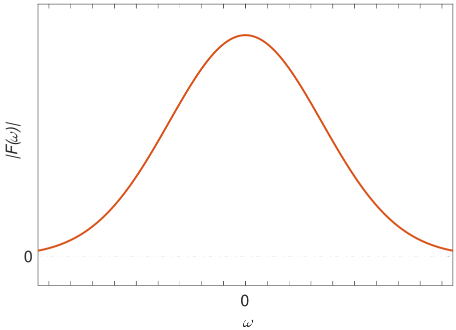
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

時間領域での局所性 $f(t) = 0,\ t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \int_0^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$



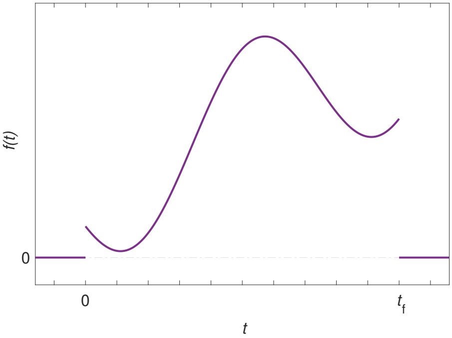


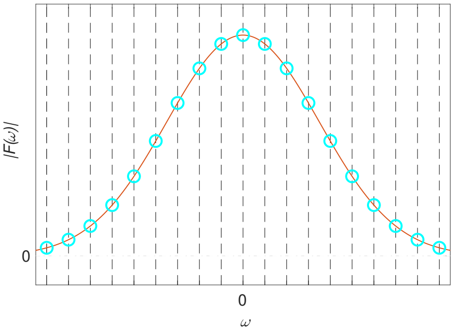
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

時間領域での局所性 $f(t) = 0,\ t < 0$ and $t \geq t_\mathrm{f}$ を仮定:

$$F(\omega) = \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s}) e^{jn\omega_\mathrm{s} t}$$



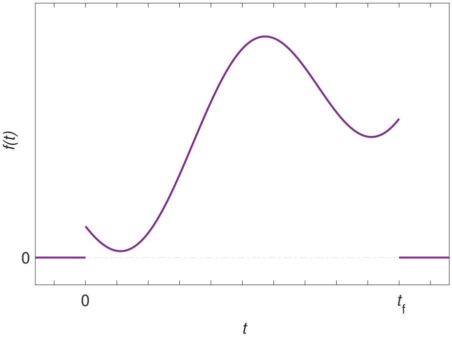


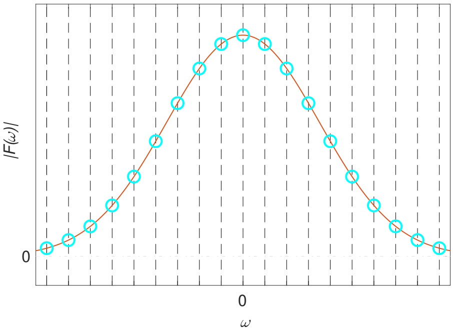
時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

時間領域での局所性 $f(t) = 0,\ t < 0$ and $t \geq t_\mathrm{f}$ を仮定:

$$F(n\omega_\mathrm{s}) = \int_0^{t_\mathrm{f}} f(\tau) e^{-jn\omega_\mathrm{s}\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_\mathrm{s} F(n\omega_\mathrm{s}) e^{jn\omega_\mathrm{s} t}$$





時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \int_{0}^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \int_{0}^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$

Fourier 逆変換の計算:　区分求積 (近似) で十分

時間領域での局所性と周波数領域でのサンプリング

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$

時間領域での局所性 $f(t) = 0$, $t < 0$ and $t \geq t_{\mathrm{f}}$ を仮定:

$$F(\omega) = \int_{0}^{t_{\mathrm{f}}} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \omega_{\mathrm{s}} F(n\omega_{\mathrm{s}}) e^{jn\omega_{\mathrm{s}} t}$$

Fourier 逆変換の計算:　区分求積 (近似) で十分

($f(t)$ の情報量) $=$ (サンプリング $F(n\omega_{\mathrm{s}})$ の情報量)

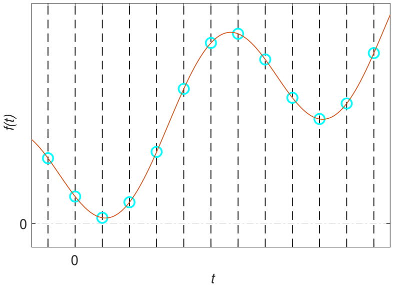
Fourier 解析

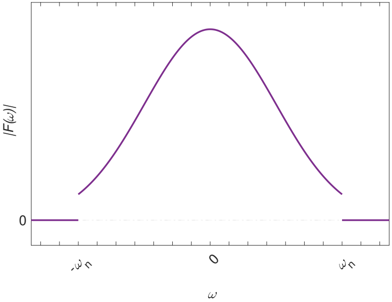
電気数学 III

- * Fourier 級数
- * Fourier 変換
- * 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
- * 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
- * 離散 Fourier 変換

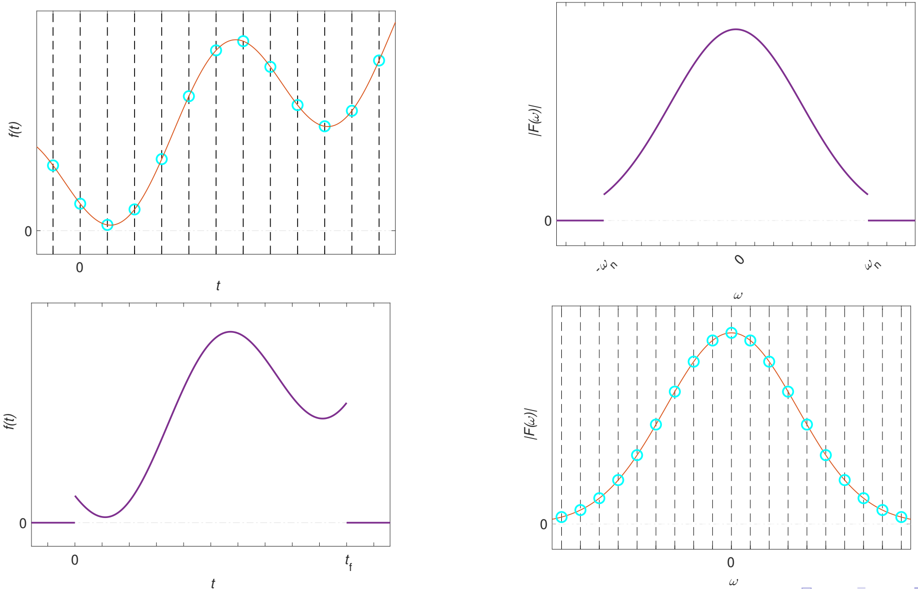
01/30 期末試験

離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–





離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–



Fourier 解析

電気数学 III

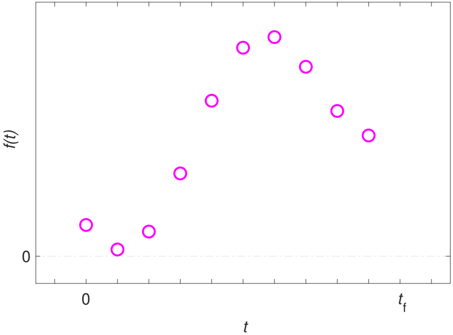
* Fourier 級数
* Fourier 変換
* 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
* 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
* 離散 Fourier 変換

01/30 期末試験

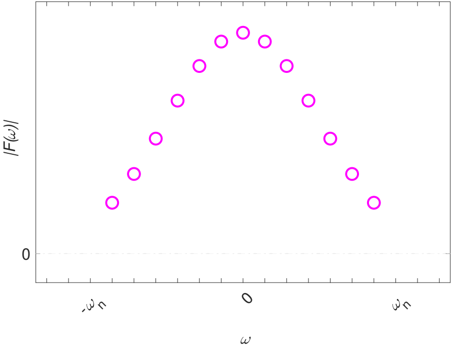
離散 Fourier 変換 –離散化と局所化–

Fourier 変換と Fourier 逆変換

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\rho) e^{j\rho t} d\rho$$



a 離散化，局所化された信号 $f(kt_s)$, $k = 0, 1, \ldots, N-1$



b 離散化，局所化された Fourier 変換 $F(n\omega_s)$, $n = 0, 1, \ldots, N-1$

Fourier 解析
電気数学 III

* Fourier 級数
* Fourier 変換
* 離散 Fourier 変換
  離散化と局所化
* 離散時間 Fourier 変換
  サンプリング定理とエイリアシング
* 離散 Fourier 変換

01/30 期末試験

01/09, 2026. 10:30- の授業

01/05 – 09, 2026.　　メディア授業デー

01/09, 2026. 10:30- の授業は, teams により, オンラインで実施します. 出席してください.

teams の URL は, moodle のアナウンスメントから確認してください.

授業は録画し, 後日 HP に掲示します. 01/09, 2026. 10:30- に都合のつかない人は, 録画を視聴し授業の内容を把握してください.