

FES ペダリングシステムのモデリングとシミュレータ構築に関する考察

○ 森北 涼太 Nguyen Tam 平田研二 (富山大学) 河合 宏之 (金沢工業大学)

On Modeling and Simulator Development for FES-cycling Systems

* R. Morikita, T. W. Nguyen, K. Hirata (University of Toyama),
and H. Kawai (Kanazawa Institute of Technology)

Abstract: This paper investigates a modeling and simulator development for Functional Electrical Stimulation (FES) cycling systems. FES-cycling has been reported to be physiologically and psychologically beneficial for people suffering from disorders affecting the muscles of the lower limbs. FES-cycling system can be divided into a mechanical system based on two legs and a FES system which consists of a muscle stimulator and muscle contractions. While the mechanical system is regarded as Euler Lagrange systems, FES system depends on individual muscle characteristics. Thus, we develop the simulator of FES-cycling systems which focuses on the muscle characteristics.

Keywords: Modeling, Functional electrical stimulation (FES), FES-cycling

1 はじめに

筋に電気刺激を与えると筋収縮が引き起こされる。これを特定の筋を選択して行えば、腕の曲げ伸ばしや歩行など、身体をある程度自由に動かすことが可能である。このような機能的な運動を実現することを目的として行う電気刺激を機能的電気刺激 (functional electrical stimulation: FES) という [1], [2]。FES はさまざまな神経疾患の治療に用いられており、リハビリ分野においては、患者が運動を行う際の障害因子を抑制し、効率的な運動量の獲得に寄与している。

例えば文献 [3] では、二関節筋の働きを考慮した FES ペダリング運動が提案されており、健常者での検証実験と併せて病院での検証実験の成果が報告されている。多くの患者への適用を考えた場合、患者ごとに麻痺の部位が異なるなど個々の筋特性を考慮した刺激方法を事前にシミュレーションしておくことが望ましいが、文献 [3] ではシミュレーション検証などはおこなわれていない。

本研究では、筋特性の異なる患者を想定した事前のシミュレーション検証を実現することを目指し、FES を用いたペダリング運動のモデル化と筋特性を考慮にいたれたシミュレータを構築する。

2 FES ペダリングシステムの構成

FES ペダリングシステムの構成を Fig. 2 に示す。このように FES ペダリングシステムは、筋刺激デバイスや下肢の筋特性を含む FES システム (FES system) と両脚をリンク機構とみなした機械システム (2 feet system)

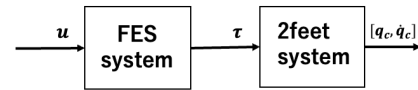


Fig. 1: FES pedaling system

の二つの下位システムに分解される。

FES システムでは、印加電圧 u を入力として、クランクを回転させるトルク τ を出力する。両脚の機械システムでは、トルク τ を入力とした両脚の機械システムの運動方程式を導出、解析し、クランクの角度 q_c と角速度 \dot{q}_c が出力される。

ここで FES システムと両脚の機械システムは、導出方法が異なる別のシステムとして考えるられることに着目する。特に両脚の機械システムは純粋な力学系であり、オイラー・ラグランジュ法を用いて導出することが可能である。一方 FES システムは電気刺激系であり、人のパラメータと FES 変換器のパラメータを決定する必要がある。

以下 2.1 節で両脚の機械システムの導出について述べ、2.2 節で FES システムのモデルを提示する。

2.1 両脚の機械システム

Fig. 2 に示すようなフィットネスバイクと下肢の機械システムの運動方程式を導くため、オイラー・ラグランジュ法を用いる。この両脚を考えた機械系は Fig. 3 のような右脚と左脚の 2 つの分離されたサブシステムがホロノミック制約を介して結合されるため、閉鎖機構 [4] と考えることができる。つまり $n' (> 0)$ を制約なしの一般化座標の次元、 $n (< n')$ を縮小次元とする

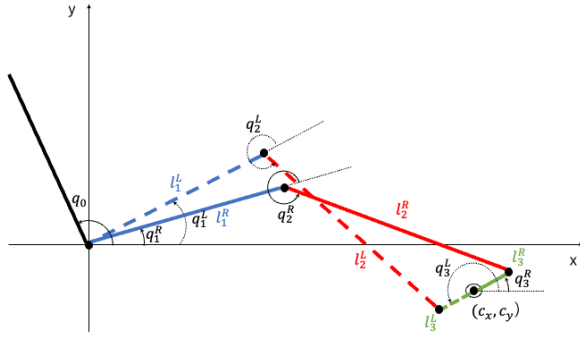


Fig. 2: two feet system

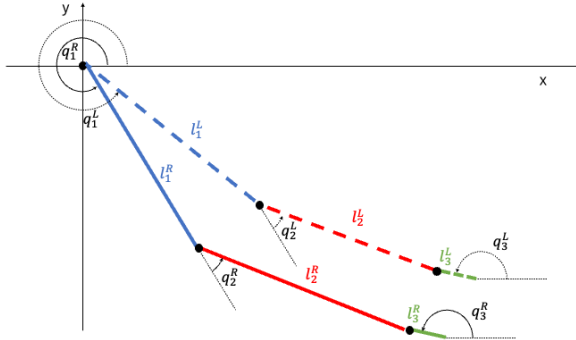


Fig. 3: Separated right and left feet subsystems

と, $n' - n$ の独立なホロノミック制約を考えることによって, システムの次元を n' から n へ減らすことができる.

一般的な閉鎖機構の運動方程式は以下のように与えられる.

$$\begin{cases} M(q')\ddot{q}' + C(q', \dot{q}')\dot{q}' + g(q') = f \\ \dot{q}' = \rho(q')\dot{q} \\ q' = \sigma(q) \end{cases} \quad (1)$$

ここで $M(q')\ddot{q}' \in \mathbb{R}_{>0}^{n \times n}$, $C(q', \dot{q}')\dot{q}' \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $g(q') \in \mathbb{R}^n$ は, それぞれ慣性項, コリオリ・遠心力項, 重力項を表し, $q' \in \mathbb{R}^{n'}$ は制約なしの一般化座標, $q \in \mathbb{R}^n$ は縮小された一般化座標, $f \in \mathbb{R}^n$ は一般化された力である.

両脚の機械システムの場合, $\tilde{q}' \in \mathbb{R}^6$ を制約なしの一般化座標 ($n' = 6$), $\tilde{q} \in \mathbb{R}$ を縮小された一般化座標 ($n = 1$) として, Fig. 2 より

$$\tilde{q}' = [q_1^R \quad q_2^R \quad q_3^R \quad q_1^L \quad q_2^L \quad q_3^L]^T \quad (2)$$

$$\tilde{q} = q_3^R \quad (3)$$

とおく. $q_c = q_3^R$, $\dot{q}_c = \dot{q}_3^R$ となり, 運動方程式は次式で

与えられる.

$$\begin{cases} \tilde{M}(\tilde{q}')\ddot{\tilde{q}}' + \tilde{C}(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}')\dot{\tilde{q}}' + \tilde{g}(\tilde{q}') = \tau \\ \dot{\tilde{q}}' = \tilde{\rho}(\tilde{q}')\dot{\tilde{q}} \\ \tilde{q}' = \tilde{\sigma}(\tilde{q}) \end{cases} \quad (4)$$

$\tilde{M}(\tilde{q}') \in \mathbb{R}_{>0}$, $\tilde{C}(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}') \in \mathbb{R}$, $\tilde{g}(\tilde{q}') \in \mathbb{R}$ は

$$\tilde{M}(\tilde{q}') = \tilde{\rho}(\tilde{q}')^T \tilde{M}'(\tilde{q}') \tilde{\rho}(\tilde{q}') \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}') &= \tilde{\rho}(\tilde{q}')^T \tilde{C}'(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}') \tilde{\rho}(\tilde{q}') \\ &\quad + \tilde{\rho}(\tilde{q}')^T \tilde{M}'(\tilde{q}') \dot{\tilde{\rho}}(\tilde{q}') \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{g}(\tilde{q}') = \tilde{\rho}(\tilde{q}')^T \tilde{g}'(\tilde{q}') \quad (7)$$

で与えられる.

$\tilde{M}'(\tilde{q}') \in \mathbb{R}_{>0}^{6 \times 6}$, $\tilde{C}'(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}') \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $\tilde{g}'(\tilde{q}') \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ は, Fig. 3 に示したシステムの運動方程式

$$\tilde{M}'(\tilde{q}')\ddot{\tilde{q}}' + \tilde{C}'(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}')\dot{\tilde{q}}' + \tilde{g}'(\tilde{q}') = 0 \quad (8)$$

から得られる. R を right, L を left として $D = \{R, L\}$ とおくと, 左右の脚のサブシステムは, $M'^j (j \in D) \in \mathbb{R}_{>0}^{3 \times 3}$, $C'^j (j \in D) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $g'^j (j \in D) \in \mathbb{R}^3$, $q'^j (j \in D) \in \mathbb{R}^3$ を用いて, それぞれ

$$M'^j(q'^j)\ddot{q}'^j + C'^j(q'^j, \dot{q}'^j)\dot{q}'^j + g'^j(q'^j) = 0 \quad (9)$$

で表される (M'^j , C'^j , g'^j の詳細は付録 A を参照).

Fig. 3 では, 左右の脚のサブシステム間に摩擦や力の結合がないと仮定し, 各サブシステムを互いに切り離して考えるため, (8) は, $M'^j (j \in D)$, $C'^j (j \in D)$, $g'^j (j \in D)$, $q'^j (j \in D)$ を用いて, 以下のような行列で構成されている.

$$\tilde{M}'(\tilde{q}') = \begin{bmatrix} M'^R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & M'^L \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\tilde{C}'(\tilde{q}', \dot{\tilde{q}}') = \begin{bmatrix} C'^R & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & C'^L \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\tilde{g}'(\tilde{q}') = \begin{bmatrix} g'^R \\ g'^L \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\tilde{q}' = \begin{bmatrix} q'^R \\ q'^L \end{bmatrix} \quad (13)$$

(10), (11) は対角行列であることに注意する.

$\tilde{\rho}(\tilde{q}') \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ は, 次式で与えられる.

$$\tilde{\rho}(\tilde{q}') = \tilde{\Psi}_{\tilde{q}'}(\tilde{q}')^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

ここで, $\tilde{\Psi}_{\tilde{q}'}(\tilde{q}')$ は,

$$\tilde{\Psi}(\tilde{q}') \triangleq \begin{bmatrix} \tilde{\phi}(\tilde{q}') \\ [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \tilde{q}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{q} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\tilde{\Psi}_{\tilde{q}'}(\tilde{q}') \triangleq \frac{\partial \tilde{\Psi}(\tilde{q}')}{\partial \tilde{q}'} \quad (16)$$

と定義する. (15) の $\tilde{\phi}(\tilde{q}') \in \mathbb{R}^5$ は, 両脚の機械システムにおける, 次元が $n' - n$ の独立なホロノミック制約であり, $\phi^j (j \in D) \in \mathbb{R}^2$ を用いて次のように定義する.

$$\tilde{\phi}(\tilde{q}') \triangleq \begin{bmatrix} \phi^R \\ \phi^L \\ q_3^R + \pi - q_3^L \end{bmatrix} = 0 \quad (17)$$

(ϕ^j の詳細は付録 A を参照.) (17) の最後の条件は, 右のクランク角 q_3^R と左のクランク角 q_3^L は位相が 180° ずれていることを表しており, これにより左右の脚のサブシステムが結合される.

この制約 $\tilde{\phi}(\tilde{q}')$ より, $\tilde{\sigma}(\tilde{q}) \in \mathbb{R}^6$ も以下のように導出できる. q_1^R, q_2^R は, ϕ^R より, $\cos(q_3^R) = C_3^R, \sin(q_3^R) = S_3^R$ として, 次式で与えられる.

$$q_1^R = \arccos \left(\frac{l_1^{R2} + (l_3^R C_3^R + c_x)^2 + (l_3^R S_3^R + c_y)^2 - l_2^{R2}}{2l_1^R \sqrt{(l_3^R C_3^R + c_x)^2 + (l_3^R S_3^R + c_y)^2}} \right) + \arctan \left(\frac{l_3^R S_3^R + c_y}{l_3^R C_3^R + c_x} \right) \quad (18)$$

$$q_2^R = \arccos \left(\frac{l_1^{R2} + l_2^{R2} - (l_3^R C_3^R + c_x)^2 - (l_3^R S_3^R + c_y)^2}{2l_1^R l_2^R} \right) - \pi \quad (19)$$

$q_3^L = q_3^R + \pi$ より, q_1^L, q_2^L は,

$$q_1^L = \arccos \left(\frac{l_1^{L2} + (-l_3^L C_3^R + c_x)^2 + (-l_3^L S_3^R + c_y)^2 - l_2^{L2}}{2l_1^L \sqrt{(-l_3^L C_3^R + c_x)^2 + (-l_3^L S_3^R + c_y)^2}} \right) + \arctan \left(\frac{-l_3^L S_3^R + c_y}{-l_3^L C_3^R + c_x} \right) \quad (20)$$

$$q_2^L = \arccos \left(\frac{l_1^{L2} + l_2^{L2} - (-l_3^L C_3^R + c_x)^2 - (-l_3^L S_3^R + c_y)^2}{2l_1^L l_2^L} \right) - \pi \quad (21)$$

となる.

2.2 FES システム

人の下肢は, 2 組の拮抗単関節筋 ($(f_{m1}, e_{m1}), (f_{m2}, e_{m2})$) と 1 組の拮抗二関節筋 ($f_{e_{m3}}, e_{f_{m3}}$) からなる 3 対 6 筋のモデルとして表される [5]. しかし, 体表に貼付する電極パッドを用いた筋刺激では, 深層筋や近接する筋を個別に刺激することは困難である. そのため Fig. 4 に示すように 3 対 6 筋のうち筋刺激が可能な大殿筋 (e_{m1}), ハムストリングス (f_{m2} と $e_{f_{m3}}$), 大腿四頭筋 (e_{m2} と $f_{e_{m3}}$), 腓腹筋 (f_{m4}) の 4 つを筋群 $S = \{\text{Glut}, \text{Ham}, \text{Gast}, \text{Quad}\}$ として, これらとクランク回転中心のトルクの関係を考える.

左右の脚がそれぞれ生成するトルク $\tau^j (j \in D) \in \mathbb{R}^2$ は, 各筋が出力する力 $\vec{F}_i^j (i \in S, j \in D) \in \mathbb{R}^2$ の合力ベクトルと, クランクの中心から q_3^j までのベクトル

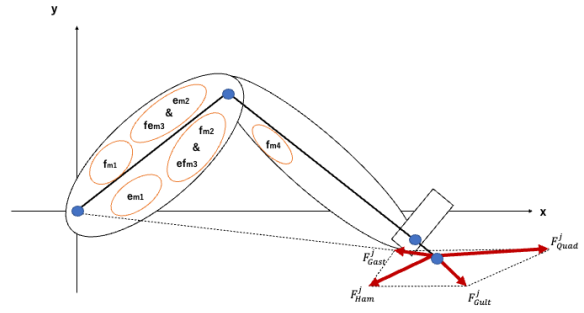


Fig. 4: Muscle groups and the output of these muscles

$\vec{l}_3^j (j \in D) \in \mathbb{R}^2$ の外積で与えられるため, 次式となる.

$$\tau^j = - \left(\sum_{i \in S} \vec{F}_i^j \times \vec{l}_3^j \right) \quad (22)$$

全体のトルク τ は左右のトルクの合計であり, 次式で与えられる.

$$\tau = \sum_j \tau^j \quad (23)$$

$\vec{F}_i^j (i \in S, j \in D)$ については次式で与えられる.

$$\vec{F}_i^j = \vec{\Omega}_i^j \chi_i^j u \quad (24)$$

ここで, $\vec{\Omega}_i^j (i \in S, j \in D) \in \mathbb{R}^2$ は筋繊維の付き方などによって決まるパラメータ, $\chi_i^j (i \in S, j \in D) \in [0, 1]$ は筋の活性化率 [3], $u \in \mathbb{R}$ は電圧制御入力である.

$\vec{\Omega}_i^j (i \in S)$ は次式で表される.

$$\Omega_{Glut}^j = R_{e_{m1}}^j \Omega_{e_{m1}}^j \begin{bmatrix} C_{12}^j \\ S_{12}^j \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\Omega_{Ham}^j = R_{f_{m2}}^j \Omega_{f_{m2}}^j \begin{bmatrix} \cos(\theta_{f_{m2}}) \\ \sin(\theta_{f_{m2}}) \end{bmatrix} + R_{e_{f_{m3}}}^j \Omega_{e_{f_{m3}}}^j \begin{bmatrix} \cos(\theta_{e_{f_{m3}}}) \\ \sin(\theta_{e_{f_{m3}}}) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\Omega_{Gast}^j = R_{f_{m4}}^j \Omega_{f_{m4}}^j \begin{bmatrix} \cos(\theta_{f_{m4}}) \\ \sin(\theta_{f_{m4}}) \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\Omega_{Quad}^j = R_{e_{m2}}^j \Omega_{e_{m2}}^j \begin{bmatrix} \cos(\theta_{e_{m2}}) \\ \sin(\theta_{e_{m2}}) \end{bmatrix} + R_{f_{e_{m3}}}^j \Omega_{f_{e_{m3}}}^j \begin{bmatrix} \cos(\theta_{f_{e_{m3}}}) \\ \sin(\theta_{f_{e_{m3}}}) \end{bmatrix} \quad (28)$$

筋群 $T = \{e_{m1}, e_{m2}, f_{m2}, f_{m4}, e_{f_{m3}}, f_{e_{m3}}\}$ とする. (25)~(28) の $R_i^j (i \in T, j \in D)$ はトルクと発生する力に関係付けるための関数, $\theta_i^j (i \in T, j \in D)$ は力の方向

を表し、次式で与えられる。

$$R_{e_{m1}}^j = \left| \frac{1}{l_1^j S_2^j} \right|, \quad \theta_{e_{m1}}^j = q_1^j + q_2^j \quad (29)$$

$$R_{e_{m2}}^j = \left| \frac{1}{l_2^j S_0^j} \right|, \quad \theta_{e_{m2}}^j = \tan^{-1} \left(\frac{l_1^j S_1^j + l_2^j S_{12}^j}{l_1^j C_1^j + l_2^j C_{12}^j} \right) \quad (30)$$

$$R_{f_{m2}}^j = \left| \frac{1}{l_2^j S_0^j} \right|, \quad \theta_{f_{m2}}^j = \tan^{-1} \left(\frac{l_1^j S_1^j + l_2^j S_{12}^j}{l_1^j C_1^j + l_2^j C_{12}^j} \right) - \pi \quad (31)$$

$$R_{f_{m4}}^j = R_{f_{m2}}^j, \quad \theta_{f_{m4}}^j = \theta_{f_{m2}}^j \quad (32)$$

$$R_{e_{f_{m3}}}^j = \frac{1}{|l_2^j S_2^j|}, \quad \theta_{e_{f_{m3}}}^j = q_1^j - \pi \quad (33)$$

$$R_{f_{e_{m3}}}^j = \frac{1}{|l_2^j S_2^j|}, \quad \theta_{f_{e_{m3}}}^j = q_1^j \quad (34)$$

ただし、 S_0^j は

$$S_0^j = -\frac{l_1^j S_2^j}{\sqrt{l_1^{j2} + l_2^{j2} + 2l_1^j l_2^j C_2^j}} \quad (35)$$

とする。

$\Omega_i^j (i \in T, j \in D) \in \mathbb{R}$ については、次式で与えられる。

$$\Omega_i^j = \zeta_i^j(\tilde{q}^j) \eta_i^j(\tilde{q}^j, \dot{\tilde{q}}^j) \cos(a_i^j(\tilde{q}^j)) \quad (36)$$

ここで、 $\zeta_i^j (i \in T, j \in D) \in \mathbb{R}$ は正のモーメントアーム、 $a_i^j (i \in T, j \in D) \in \mathbb{R}$ は腱と筋肉の間の羽状角であり、クランク角によって変化すると定義されている。しかし、関数として定義することは難しいため、本稿では次のように定数とする。

$$\zeta_i^j = 1 \quad (37)$$

$$a_i^j = \frac{\pi}{4} \quad (38)$$

$\eta_i^j (i \in T, j \in D) \in \mathbb{R}$ は、印加電圧と筋力を関連付ける未知関数であるが、 $\eta_i^j (i \in T, j \in D)$ を定数とすると、 $\Omega_i^j (i \in T, j \in D)$ (36) も定数となる。この場合、各筋の活性化率 $\chi_i^j (i \in S, j \in D)$ は次の関係を満たすように選択される。

$$\chi_k + \chi_l = 1, \quad \chi_m = 0, \quad \chi_n = 0, \quad \sin \theta = 1 \quad (39)$$

ここで、 $(k, l) \in \{(Glut, Ham), (Ham, Gast), (Gast, Quad), (Quad, Glut)\}$, $(m, n) \in S \neq i, j$, θ は各筋が出力する力 $\vec{F}_i^j (i \in S, j \in D)$ の合力ベクトルとクランクの中心から q_3^j までのベクトル $\vec{l}_3^j (j \in D)$ がなす角である。

ここからは、定数ではない $\eta_i^j (i \in T, j \in D)$ の設定について考える。まず、基準となる筋力のパラメータを定義するために実効筋力 [5] について考える。一般的な人の筋群 T における実効筋力の比は、次のようになる。

$$e_{m1} : e_{m2} : f_{m2} : f_{m4} : e_{f_{m3}} : f_{e_{m3}} \\ = 84 : 221 : 34 : 30 : 95 : 45 \quad (40)$$

実効筋力の比のパラメータを $k_i (i \in T)$ とおくと、実行筋力 $\bar{\eta}_i (i \in T)$ は実数 η を用いて、

$$\bar{\eta}_i = \eta k_i \quad (41)$$

となる。

ここで、 $\eta_i^j (i \in T, j \in D)$ は、各筋が出力する力 $\vec{F}_i^j (i \in S, j \in D)$ (24) のゲインとしての役割があり、筋群 T それぞれに一定の刺激を与えた時の筋力の大きさであると考えられる。

一般的に、筋力は筋長に依存するとされており、さらに筋長は関節角度によって変化する。ペダリング運動において関節角度はクランク角を用いて表現されるため、筋力 $\eta_i^j (i \in T, j \in D)$ はクランク角 \tilde{q} とともに周期的に変化すると予想される。さらに、最大筋力を実効筋力 $\bar{\eta}_i (i \in T)$ の3倍と仮定し、 $\eta_i^j (i \in T, j \in D)$ を次のように設定した。

$$\eta_{e_{m1}}^j = \bar{\eta}_{e_{m1}} (2 + \cos(q_1^j - q_0)) \quad (42)$$

$$\eta_{e_{m2}}^j = \bar{\eta}_{e_{m2}} (2 + \cos(q_2^j - \pi)) \quad (43)$$

$$\eta_{f_{m2}}^j = \bar{\eta}_{f_{m2}} (2 + \cos(q_2^j)) \quad (44)$$

$$\eta_{f_{m4}}^j = \bar{\eta}_{f_{m4}} (2 + \cos(q_2^j)) \quad (45)$$

$$\eta_{e_{f_{m3}}}^j = \bar{\eta}_{e_{f_{m3}}} \sqrt{(2 + \cos(q_1(t) - q_0))(2 + \cos(q_2(t)))} \quad (46)$$

$$\eta_{f_{e_{m3}}}^j = \bar{\eta}_{f_{e_{m3}}} \sqrt{2 + \cos(q_1^j - q_0 + \pi)} \\ \times \sqrt{2 + \cos(q_2^j - \pi)} \quad (47)$$

q_0 は、Fig. 2 に示すように x 軸と腰のなす角であり、

$$q_0 = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2} \quad (48)$$

とする。

(42)~(47) が、それぞれ関節角 q_1^j, q_2^j と共にどのように変化するかを示すため、単関節筋の例として $\eta_{e_{m1}}$ (42) を Fig. 5 に、二関節筋の例として $\eta_{f_{e_{m3}}}$ (47) を Fig. 6 に示す。二関節筋は q_1^j と q_2^j の両方に依存している点に注意する。実験データから q_1^j, q_2^j の最大値、最小値を抽出し、実際に適用されている範囲を $\eta_{i \text{ true}}^j (i \in T, j \in D)$ として重ねてプロットしている。

$$\begin{cases} q_1^j \text{の最小値} : 0.5633[\text{rad}] = 32.2747[\text{deg}] \\ q_1^j \text{の最大値} : 1.3166[\text{rad}] = 75.4356[\text{deg}] \end{cases} \quad (49)$$

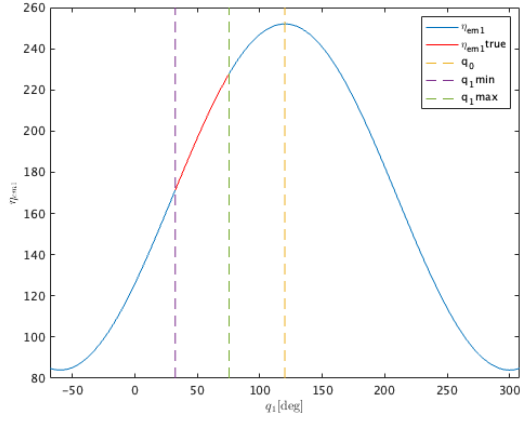


Fig. 5: $\eta_{em1}, \eta_{em1true}$

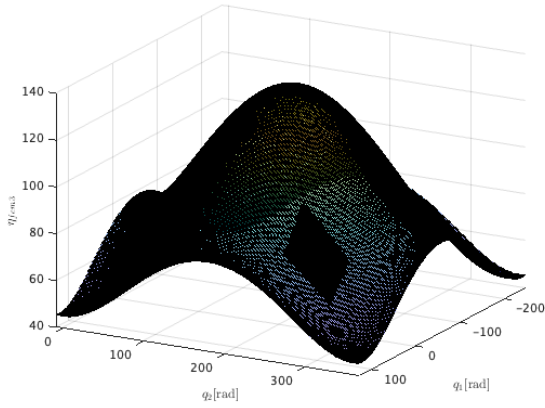


Fig. 6: $\eta_{fem3}, \eta_{fem3true}$

$$\begin{cases} q_2^j \text{の最小値} : 4.2924[\text{rad}] = 245.934[\text{deg}] \\ q_2^j \text{の最大値} : 5.2905[\text{rad}] = 303.1233[\text{deg}] \end{cases} \quad (50)$$

3 シミュレーション

両脚の機械システムと本研究で設定した筋モデル (42)–(47) を含むシミュレータを構築した. コントローラを含む閉ループの FES ペダリングシステムを Fig. 7 に示す.

制御入力電圧 u は, RISE 制御則 [3] により決定する. 制御の目的は, クランクが目標の位置と速度を追従し, 目標のペダリング動作を実現することであり, この目的を定量化するために, クランクの位置誤差を次のように定義する.

$$e_1 = q_d - q \quad (51)$$

ここで, q_d は目標のクランク角であり, $q_d, q_d^k \in \mathcal{L}_\infty$ となるように設計され, q_d^k は q_d の k 番目の時間微分を

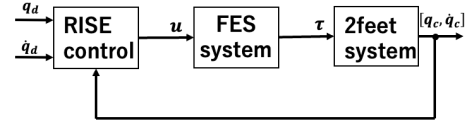


Fig. 7: FES pedaling system

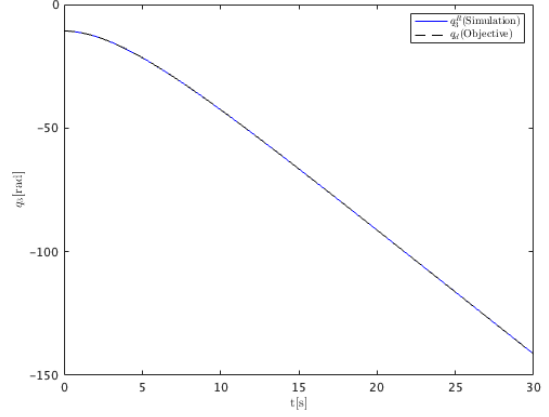


Fig. 8: Simulation Result (q_d, q_3^R)

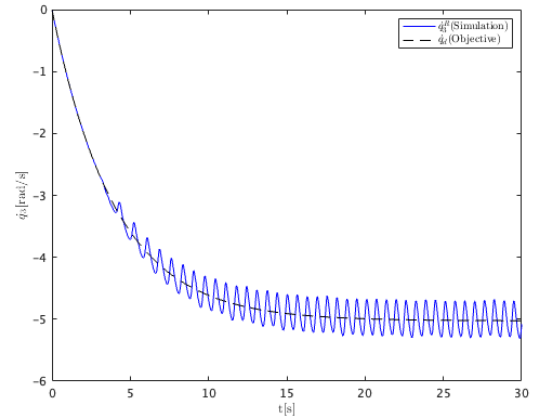


Fig. 9: Simulation Result (\dot{q}_d, \dot{q}_3^R)

$k = 1, 2, 3, 4$ で表している. この後の解析を容易にするため, フィルタリングされたトラッキング誤差 e_2 を次のように定義する.

$$e_2 = \dot{e}_1 + \alpha_1 e_1 \quad (52)$$

(51), (52) を用いて, 制御入力電圧 u を次のように決定する.

$$u = -(k_s + 1)(e_2 - e_2(0)) - \nu \quad (53)$$

$$\dot{\nu} = (k_s + 1)\alpha_2 e_2 + \beta \text{sgn}(e_2), \quad \nu(0) = \nu_0 \quad (54)$$

目標角速度 $\dot{q}_d(t)$ [rad/s] は, [3] での実験と同様に

$$\dot{q}_d(t) = -5.0265(1 - \exp(-\frac{t}{4})) \quad (55)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{q}_d(t) = -5.0265 \quad (56)$$

と設定し, $t = 0 \sim 60$ s までシミュレーションを行なった.

シミュレーション結果を Fig. 8 と Fig. 9 に示す. Fig. 8 では目標角度 q_d [rad] とシミュレーション結果 q_3^R [rad] を, Fig. 9 では目標角速度 \dot{q}_d [rad/s] とシミュレーション結果 \dot{q}_3^R [rad/s] を示している. Fig. 8 と Fig. 9 より, 構築した筋モデルを含むシミュレータにおいてもペダリング運動が実現できていることがわかる.

4 おわりに

本稿では, 機能的電気刺激を用いたペダリング運動において, 下肢の運動と筋出力を考慮したモデリングを行い, シミュレータを構築した. 今後は, 実験データとシミュレーション結果を比較するために, 筋刺激デバイスや外乱のモデリングをおこない, より実験環境に近いシミュレータの構築を考えていく.

A 付録

$l_i (i = 1, 2, 3)$ は, 大腿, 脛, クランクの長さ, $m_i (i = 1, 2, 3)$ はそれぞれの質量, $l_{gi} (i = 1, 2, 3)$ はそれぞれの重心までの長さ, $I_i (i = 1, 2, 3)$ はそれぞれに働く慣性力, (c_x, c_y) はクランク中心の xy 座標とする.

$M^{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $C^{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$, $g^{ij} \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ は, 次式で与えられる.

$$M^{ij}(q^{ij}) = \begin{bmatrix} M_{11}^j & M_{12}^j & 0 \\ M_{21}^j & M_{22}^j & 0 \\ 0 & 0 & M_{33}^j \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$C^{ij}(q^{ij}, \dot{q}^{ij}) = \begin{bmatrix} h_{11}^j & h_{12}^j & 0 \\ h_{21}^j & h_{22}^j & 0 \\ 0 & 0 & h_{33}^j \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$g^{ij}(q^{ij}) = \begin{bmatrix} g_1^j \\ g_2^j \\ g_3^j \end{bmatrix} \quad (59)$$

各成分は

$$M_{11}^j = m_1^j l_{g1}^{j2} + m_2^j (l_1^{j2} + l_{g2}^{j2} + 2l_1^j l_{g2}^j C_2^j) + I_1^j + I_2^j$$

$$M_{12}^j = m_2^j (l_{g2}^{j2} + l_1^j l_{g2}^j C_2^j) + I_2^j$$

$$M_{21}^j = m_2^j (l_{g2}^{j2} + l_1^j l_{g2}^j C_2^j) + I_2^j$$

$$M_{22}^j = m_2^j l_{g2}^{j2} + I_2^j \quad M_{33}^j = m_3^j l_{g3}^{j2} + I_3^j$$

$$h_{11}^j = -m_2^j (l_1^j l_{g2}^j S_2^j) \dot{q}_2^j$$

$$h_{12}^j = -m_2^j l_1^j l_{g2}^j S_2^j (\dot{q}_1^j + \dot{q}_2^j)$$

$$h_{21}^j = m_2^j l_1^j l_{g2}^j S_2^j \dot{q}_1^j$$

$$h_{22}^j = 0 \quad h_{33}^j = 0$$

$$g_1^j = m_1^j g_1^j C_1^j + m_2^j g_1^j (l_1^j C_1^j + l_{g2}^j C_{12}^j)$$

$$g_2^j = m_2^j g_2^j C_{12}^j \quad g_3^j = m_3^j g_3^j C_3^j$$

である.

$\phi^j \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ は, 次式で与えられる.

$$\phi^j(q^{ij}) = \begin{bmatrix} l_1^j C_1^j + l_2^j C_{12}^j - l_3^j C_3^j - c_x \\ l_1^j S_1^j + l_2^j S_{12}^j - l_3^j S_3^j - c_y \end{bmatrix} = 0 \quad (60)$$

ここで,

$$C_i^j = \cos(q_i^j)$$

$$S_i^j = \sin(q_i^j)$$

$$C_{12}^j = \cos(q_1^j + q_2^j)$$

$$S_{12}^j = \sin(q_1^j + q_2^j), \quad (i \in \{1, 2, 3\}, j \in D)$$

である.

参考文献

- [1] 市江: リハビリテーションにおける機能的電気刺激 (FES); 山梨医大誌, Vol. 2, No. 1, pp. 41–52 (1998)
- [2] 河合, 村尾: ヒューマンモーションコントロール-機能的電気刺激を用いた下肢の運動制御-; システム/制御/情報, Vol. 65, No. 9, pp. 337–380 (2021)
- [3] H. Kawai, M. J. Bellman, R. J. Downey, and W. E. Dixon: Closed-Loop Position and Cadence Tracking Control for FES-Cycling Exploiting Pedal Force Direction with Antagonistic Bi-Articular Muscles; *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Vol. 27, No. 2, pp. 730–742 (2019)
- [4] F. H. Ghorbel, O. Chetelat, R. Gunawardana, and R. Longchamp: Modeling and Set Point Control of Closed-Chain Mechanisms: Theory and Experiment; *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, Vol. 8, No. 5, pp. 801–815 (2000)
- [5] 奈良, 熊本ほか: 二関節筋-運動制御とリハビリテーション; 医学書院 (2008)